ESPACIO CURRICULAR MATEMÁTICA

El presente Diseño Curricular está organizado en cuatro apartados.

El primero de ellos es el marco referencial de los otros tres, y consta de la *fundamentación*, los *objetivos*, los *contenidos de enseñanza* y las *consideraciones didácticas*, presentados desde perspectivas comunes a 1º, 2º y 3º año.

Los otros tres apartados cobran pleno sentido en el contexto del primer apartado, y constan de la *fundamentación*, los *objetivos*, los *contenidos de enseñanza* y las *consideraciones didácticas* propios de 1º, 2º y 3º año, respectivamente.

1. Enseñar y aprender Matemática en el Nivel Polimodal

1.1 Fundamentación

La civilización vive un proceso de transformación vertiginosa.

¿En qué radica la especificidad de esa transformación?

Por un lado, en una articulación cada vez más estrecha entre el desarrollo científico, los avances tecnológicos y su reinversión en la esfera de la producción, la distribución y el consumo de bienes y servicios, incluida la educación.

Simultáneamente, en la configuración de una sociedad compleja, que conjuga progreso técnico e instrumental con atraso cultural, formas sofisticadas de organización y representación con fragmentación social y crisis de la representatividad, acumulación de conocimiento y riqueza con inequidad en su distribución.

Nuevos procesos de producción, nuevos modos de organización laboral, nuevas o más exigentes formas de participación ciudadana, desafían y retan a los sistemas educativos.

En efecto, esos escenarios requieren mayores capacidades para obtener, procesar críticamente y transmitir información, para dar respuestas y definir demandas individuales y colectivas en entornos cambiantes, para resolver problemas y tomar decisiones creativamente, para seguir aprendiendo.

En este contexto debe ser inscripta la pregunta acerca de por qué enseñar Matemática en el Nivel Polimodal, y solidariamente, la pregunta acerca de qué Matemática enseñar.

En una sociedad en transformación las prioridades de la enseñanza se desplazan con rapidez de unos contenidos matemáticos a otros. En cambio, los procesos más eficaces de pensamiento matemático son más estables, en el sentido de que no se vuelven obsoletos tan velozmente.

Una perspectiva curricular acorde con el análisis precedente es la de la *modelización matemática para la resolución de problemas.*

La modelización matemática implica múltiples procesos de pensamiento, tales como:

a) Identificar un problema real, organizar la información, estructurarla, detectar patrones, regularidades o relaciones.

b) Interpretar el problema matemáticamente; por aproximaciones sucesivas, seleccionar un modelo matemático de entre los modelos que se conocen, o desarrollar un nuevo modelo matemático.

c) Emplear herramientas matemáticas para operar racionalmente a nivel del modelo matemático y obtener la solución al problema original; aplicar el modelo a la situación para describirla y hacer predicciones.

d) Evaluar la solución matemática en términos de ajuste y pertinencia a la situación real.

e) Estudiar el modelo matemático como ente matemático abstracto y formal; refinarlo para que la solución técnico-matemática dé mejor respuesta a los problemas sobre los que el modelo puede echar luz.

En el Nivel Polimodal, y atendiendo a los fines de formación ciudadana, formación propedéutica y formación para la empleabilidad, se trata de intervenir en tres direcciones complementarias:

- ✓ Orientar a los estudiantes en el proceso de reconstrucción de un repertorio de modelos matemáticos "ya hechos" (objetos culturales); esto es, proveerlos de una suerte de "caja de herramientas" matemáticas a la que puedan acudir en busca de la herramienta adecuada cuando lo necesiten.
- ✓ Desarrollar en ellos la capacidad de generar sus propios modelos matemáticos, de construir representaciones matemáticas de la realidad a partir de la observación de la misma, de fabricar sus propias herramientas.
- ✓ Hacer avances en el estudio formal de los modelos matemáticos en tanto objetos matemáticos.

Así se harán aportes significativos a la formación de los alumnos tanto para su desempeño como ciudadanos conscientes, críticos y creativos, como para su desempeño en el ámbito de los estudios superiores y en el mundo del trabajo.

Asimismo, esta perspectiva facilita la definición de propuestas áulicas orientadas por la modalidad (Arte, Diseño y Comunicación; Ciencias Naturales; Economía y Gestión de las Organizaciones; Humanidades y Ciencias Sociales; Producción de Bienes y Servicios): para cada modalidad, cabe introducir los objetos matemáticos a estudiar como modelos matemáticos de situaciones propias de la modalidad, o afines a ella, y aplicar tales modelos a estas situaciones.

A la vez, la perspectiva de la modelización matemática replantea el debate "matemática pura-matemática aplicada" o "matemática formativa-matemática informativa", y hasta le quita sentido, porque unifica epistemológica y didácticamente los contrarios en juego en ese debate.

1.2 Objetivos

- ✓ Modelización matemática de problemas reales (entre otros, problemas específicos de la modalidad elegida) mediante los objetos matemáticos señalados como contenidos.
- ✓ Resolución de problemas y ejercicios (disparadores, de afianzamiento, de profundización, de generalización, de aplicación, etcétera) en los que intervienen los objetos matemáticos señalados como contenidos.
- ✓ Comprensión de los objetos matemáticos señalados como contenidos, y de sus interrelaciones.
- ✓ Producción de razonamientos matemáticamente consistentes, y toma de conciencia de los propios procesos de pensamiento subyacentes.
- ✓ Comunicación fluida de ideas en los lenguajes propios de cada campo de contenidos, y traducción eficaz de un lenguaje a otro.
- ✓ Cálculo fluido y multiestratégico (escrito, mental, asistido con calculadora o computadora, exacto, aproximado, etcétera) en el contexto de los objetos matemáticos señalados como contenidos.

- ✓ Desempeño ajustado a actitudes favorables para el quehacer matemático en el aula.

1.3 Contenidos de enseñanza

Se puede definir a la Matemática como una exploración de diferentes complejidades o estructuras de la realidad. Ahora bien: sin duda, no es la matemática la única ciencia que explora la complejidad y la estructura de la realidad; es más, cualquier otra actividad científica o filosófica que aspire al progreso del conocimiento puede reclamar para sí esa tarea. En todo caso, lo específico y particular de la matemática es el modo como encara la exploración. Ese modo, esa forma de abordar la realidad, consiste en tres fases diferentes y complementarias:

1. La introducción de una simbolización adecuada para representar matemáticamente la realidad.
2. La manipulación lógica de tales símbolos matemáticos.
3. El intento de alcanzar cierto grado de dominio efectivo y de control sobre algunos aspectos de la realidad a través de la manipulación lógica de símbolos.

Por esta vía, la matemática se ha enfrentando con diversos aspectos de la complejidad de lo real, y de esa confrontación han ido surgiendo los diferentes campos o ejes que esta ciencia estudia.

- Para poder tratar la complejidad que resulta de la multiplicidad de la realidad, se han desarrollado los números y los sistemas de numeración. Este desarrollo va desde los modelos analógicos (tantas marcas en un tronco como ovejas se tienen en el rebaño), hasta los símbolos (los numerales: el X de los romanos, o el 10 de nuestro sistema de numeración) y el dominio operativo sobre ellos (a través de reglas de juego lógicas y rigurosas para operar con esos símbolos).
- Para enfrentar la complejidad del espacio, se ha desarrollado la geometría, desde las instancias de manipulación de formas y medidas con fines prácticos o estéticos, hasta las de abstracción, representación y teorización.
- El enfrentamiento con la complejidad del símbolo (el símbolo sobre el símbolo: por ejemplo, las letras como símbolos que representan a otros símbolos que son los numerales) condujo al álgebra.
- Para dar cuenta de la complejidad del cambio cuantitativo y de la causalidad determinística, se desarrolló el análisis o cálculo infinitesimal.
- Y para tratar la complejidad de la incertidumbre derivada de la causalidad múltiple e incontrolable, se desarrollaron la estadística y la probabilidad.

(Guzmán, 1995)

Es por ello que los contenidos curriculares se organizan en cinco campos: el *campo numérico*, el *campo geométrico*, el *campo algebraico*, el *campo analítico* y el *campo estadístico y probabilístico*.

En el Nivel precedente, el de la Educación General Básica, el diseño curricular del Área de Matemática se articula en torno de cuatro ejes: Números y Operaciones, Nociones geométricas, Mediciones y Nociones de Estadística y Probabilidad.

En función de los contenidos correspondientes a cada uno de estos cuatro ejes, se pueden señalar las siguientes continuidades entre ellos y los cinco campos organizadores del diseño curricular de Matemática para el Nivel Polimodal:

El eje del diseño curricular del Área de Matemática en EGB...	**... se continúa en el/los campo/s del diseño curricular de Matemática del Nivel Polimodal...**
Números y Operaciones	Numérico, algebraico y analítico
Nociones geométricas	Geométrico

Mediciones	Geométrico (cálculo trigonométrico de longitudes y amplitudes angulares) y analítico (cálculo de áreas vía la integral definida)
Nociones de Estadística y Probabilidad	Estadístico y probabilístico

Los cinco campos no deben ser entendidos como dominios disjuntos y mutuamente excluyentes; por el contrario, están profusamente interconectados, se solapan hasta el punto de que adscribir algunos contenidos puntuales a un campo o a otro puede suponer cierto grado de arbitrariedad, se complementan.

Si se analiza la estructura interna de cada campo, se pueden identificar en él cuatro dimensiones: *Estructuras conceptuales*, *Procesos cognitivos*, *Procedimientos de trabajo* y *Componentes actitudinales*.

- Las estructuras conceptuales son los datos/hechos, los conceptos y las redes de conceptos matemáticos propios del campo.
  - ✓ Los *datos* o *hechos* son unidades de información e incluyen términos, notaciones, convenciones y resultados.
    - ✓ Los términos son las denominaciones con las que se designan los conceptos o sus relaciones. Por ejemplo: "circunferencia", o "teorema del resto".
    - ✓ Las notaciones son los signos empleados para expresar una idea de modo breve y preciso. Por ejemplo: "P(B/A)" expresa la probabilidad condicional de un suceso B dado el suceso A.
    - ✓ Las convenciones son los acuerdos consensuados para comunicar información sin ambigüedad y evitando largos rodeos y explicaciones. Por ejemplo: "En la recta numérica, los números reales negativos se ubican a la izquierda de cero, y los positivos, a la derecha".
    - ✓ Los resultados son unidades de información, producto directo e inmediato de relaciones entre términos, susceptibles de memorizar, cuyo dominio y control permite trabajar sin tener que partir siempre de cero. Por ejemplo: la "regla de la cadena" para derivar funciones compuestas, o los métodos de integración "por partes" y "por sustitución".
  - ✓ Los *conceptos* describen una regularidad. Por ejemplo, el concepto de "permutación" describe las características comunes a todas las permutaciones.

    Los conceptos nos liberan de la esclavitud de lo particular, nos permiten organizar la realidad y predecirla; si no fuera por ellos, cada objeto sería una realidad nueva, diferente e imprevisible. El conocimiento conceptual tiene como propósito organizar los elementos de nuestra vida.

    Un concepto exige una definición formal que relaciona un grupo de datos o hechos; por ejemplo: una permutación (sin repetición) de n elementos es una n-upla de dichos elementos.
  - ✓ En cuanto a las *redes de conceptos*: los conceptos no son elementos aislados, sino que están relacionados con otros conceptos (fundamentalmente, por inclusión o por analogía), conformando redes conceptuales; es más: el significado de un concepto proviene en gran medida de su relación con los otros conceptos de la red de la que participa.

    Piénsese, por ejemplo, en la red de los conceptos básicos del análisis combinatorio: variaciones, permutaciones, combinaciones (sin repetición), que permite comprender el concepto de permutación en relación con el de variación (una permutación es un caso particular de variación), o el concepto de combinación en relación con los conceptos de variación y permutación (cada variación de *n* elementos elegidos entre *m* determina una combinación, en el sentido de que ésta se forma con los elementos de aquélla; pero distintas variaciones pueden dar lugar a la misma combinación; ¿cuántas son las variaciones distintas de *n* elementos elegidos entre *m* que dan lugar a la misma combinación de *n* elementos elegidos entre *m*?: tantas como las permutaciones de *n* elementos).

➘ Los procesos cognitivos son los procesos de razonamiento matemático, de comunicación en lenguaje matemático y de toma de conciencia y regulación de los propios procesos mentales (metacognición) en el campo de que se trate.

El *razonamiento matemático* es una secuencia argumental por medio de la cual se expresa la capacidad para establecer nuevas relaciones entre conceptos matemáticos. Es la forma usual de procesar conceptos, de derivar unos conceptos de otros, de implicar una nueva relación sobre la base de relaciones ya establecidas. Es un modo particular de pensar que consiste en hacer inferencias, es decir, en completar información parcial obteniendo conclusiones a partir de premisas.

Puede asumir fundamentalmente dos formas: razonamiento deductivo y razonamiento inductivo (que suele tomar la forma de razonamiento "por analogía").

Como ciencia constituida, la Matemática tiene carácter formal, organización axiomática y naturaleza deductiva. Sin embargo, en la génesis histórica del conocimiento matemático y en su reconstrucción por parte de los alumnos no están ausentes ni la intuición, ni el pensamiento conjetural ni las aproximaciones inductivas, herramientas, todas ellas, cuya potencia debe recuperar, explorar y capitalizar la enseñanza.

El razonamiento deductivo (o deducción) requiere que sus premisas ofrezcan fundamentos seguros para su conclusión: ésta se desprende de aquéllas con absoluta necesidad, y tal necesidad no es cuestión de grado ni depende de otros factores (por ejemplo, agregar más premisas no hace que el razonamiento se vuelva ni más ni menos válido...).

Consideremos la siguiente deducción:

- En todo triángulo, $X^2 = Y^2 + Z^2 - 2\,Y\,Z \cos \widehat{YZ}$ (siendo X, Y y Z las longitudes de los lados $\overline{X}$, $\overline{Y}$ y $\overline{Z}$ del triángulo, e $\widehat{YZ}$ la amplitud del ángulo comprendido entre los lados $\overline{Y}$ y $\overline{Z}$).
- T es un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene longitud A y cuyos catetos tienen longitudes B y C.

➘ Por lo tanto, $A^2 = B^2 + C^2$

Las dos premisas garantizan la conclusión; introducir otra premisa (por ejemplo: "Todos los triángulos rectángulos tienen dos ángulos agudos complementarios", o "La amplitud de uno de los ángulos agudos de T es el duplo de la del otro") no refuerza ni debilita la validez del razonamiento.

A diferencia del razonamiento deductivo, el razonamiento inductivo (o inducción) no requiere que sus premisas ofrezcan fundamentos concluyentes para la verdad de su conclusión, sino que ofrezcan algún fundamento: ésta se desprende de aquéllas con cierta probabilidad, y tal probabilidad es cuestión de grado y depende de otros factores (por ejemplo, agregar más premisas puede debilitar o reforzar el razonamiento...).

Consideremos la siguiente inducción:

- A través de cierta correspondencia, a ***2*** le corresponde ***4***

➘ En consecuencia, es probable que la fórmula de la correspondencia sea $\mathbf{y = x + 2}$

Pero también es probable que sea $\mathbf{y = x^2}$

Y aun es probable que sea $\mathbf{y = 2^{x}}$, etcétera

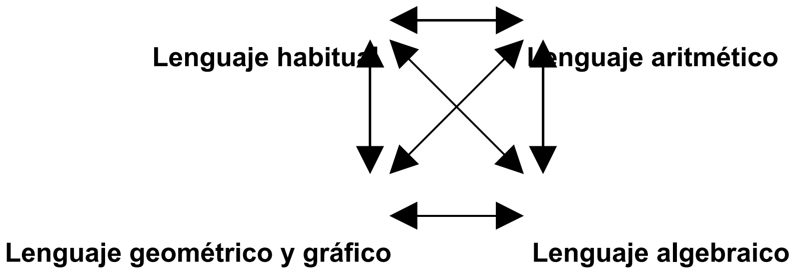
La premisa no garantiza la conclusión; introducir otra premisa (por ejemplo, a ***- 1*** le corresponde ***1***) puede modificar la conclusión (con la introducción de la nueva premisa, de las tres conclusiones anteriores, sólo quedan en pie las dos primeras); introducir una tercera premisa (por ejemplo, a ***3*** le corresponde ***9***) puede volver a modificar la conclusión (inclinando la balanza hacia la fórmula $\mathbf{y = x^2}$).

Con respecto a la *comunicación en lenguajes matemáticos*, la matemática tiene una notación y una sintaxis que le son propias, y que han contribuido de modo decisivo a su desarrollo como ciencia (hasta tal punto que algunos autores definen a la matemática misma como un lenguaje).

Tres lenguajes básicos de la matemática son:

- ✓ El lenguaje aritmético (que incluye los signos a través de los cuales escribimos los números y expresamos las operaciones entre ellos).
- ✓ El lenguaje algebraico (que incluye los signos por medio de los cuales expresamos incógnitas y variables, y operaciones entre ellas).
- ✓ El lenguaje geométrico y gráfico (que incluye los dibujos a través de los cuales representamos las las figuras geométricas, las relaciones y la información estadística).

Estos tres lenguajes interactúan con el lenguaje habitual u ordinario, a través de un juego múltiple de traducciones posibles que se puede representar ubicando a los cuatro lenguajes en los vértices de un cuadrado e interconectándolos por lados y diagonales:



Traducir (moverse de un vértice del cuadrado a otro) es cambiar de código manteniendo idénticos los significados matemáticos.

Por último: la *metacognición* es el conocimiento y la autorregulación de las propias operaciones mentales. Supone y exige conocer los objetivos que se persiguen, seleccionar las estrategias adecuadas para alcanzarlos, autoobservarse durante la puesta en marcha de tales estrategias para controlar y monitorear su adecuación a los objetivos y no perder el rumbo, evaluar los resultados poniéndolos en relación con los objetivos iniciales... en un proceso no lineal de reflexión en y sobre la propia acción.

La metacognición es un saber y un pensar sobre el propio saber y el propio pensar, y toma en cuenta no sólo lo que se sabe y piensa, sino también cómo y cuándo ponerlo en juego, y la pertinencia de hacerlo.

➘ Los procedimientos de trabajo son las técnicas y estrategias del quehacer matemático en cada campo.

¿Qué es un procedimiento? Un conjunto de acciones ordenadas, orientadas a alcanzar una meta; es decir, una forma de actuación o de ejecución de una tarea.

El conocimiento procedimental tiene por objetivo prioritario ejecutar acciones sobre los elementos de nuestra vida con el propósito de transformarlos; para ello, relaciona acciones sobre datos/hechos o sobre conceptos.

Poner en juego un procedimiento requiere:

- ✓ Conocerlo, evocarlo, recordarlo.
- ✓ Contextualizarlo, ajustarlo a la particular situación que se procura resolver.
- ✓ Componer las acciones de que consta, articularlas, integrarlas.
- ✓ Ejecutar el procedimiento con grados de precisión y de automaticidad que varían según la situación de que se trate.
- ✓ Generalizar un procedimiento ya conocido, extendiéndolo a una situación nueva afín a aquellas situaciones que el procedimiento permitió resolver en el pasado, pero no idéntica a ellas.

Las *técnicas* (o destrezas) se ejecutan procesando básicamente datos o hechos.

Por ejemplo, se usa una técnica cuando se calcula la diferencia entre 90º y 35º 27' 46" de la siguiente manera:

$$\begin{array}{rrrr} & 89^{\circ} & 59' & 60'' \\ - & 35^{\circ} & 27' & 46'' \\ \hline & 54^{\circ} & 32' & 14'' \end{array}$$

En este caso, el procedimiento actúa sobre los dos datos (90º y 35º 27' 46") para producir el resultado (54º 32' 14").

También se usa una técnica cuando se calcula el producto entre dos matrices siguiendo la regla habitual.

Las técnicas son *algorítmicas* porque especifican de forma muy precisa la secuencia de acciones y decisiones a respetar para resolver una situación. Un algoritmo es una serie finita de reglas a aplicar en un determinado orden a un número finito de datos, para llegar con certeza en un número finito de etapas a cierto resultado, con independencia de los datos. Si la ejecución de un algoritmo es completa y ordenada, se llega con seguridad a la solución. Todos los que lo ejecutan se comportan de la misma manera en el camino hacia la solución. Es el caso de lo mecanismos de cálculo tradicionales para sumar, restar, multiplicar y dividir (aun en el conjunto de los números complejos).

Las *estrategias* se ejecutan procesando básicamente conceptos y relaciones entre conceptos.

Por ejemplo, se usa una estrategia cuando se aproxima $\sqrt{5}$ al centésimo más cercano pensando de la siguiente manera: $\sqrt{5}$ es 2,236 con error por defecto $0 < \varepsilon < 0{,}001$; $\sqrt{5}$ consta de más de 2 unidades y 230 milésimos (o 2 unidades y 23 centésimos, teniendo en cuenta que 10 milésimos equivalen a 1 centésimo) y menos de 2 unidades y 240 milésimos (o 2 unidades y 24 centésimos); por lo tanto, está entre 2 unidades y 23 centésimos y 2 unidades y 24 centésimos; más precisamente: $\sqrt{5}$ consta de más de 6 milésimos más que 2 unidades y 230 milésimos (o 2 unidades y 23 centésimos) y menos de 4 milésimos menos que 2 unidades y 240 milésimos (o 2 unidades y 24 centésimos), por lo que está más cerca de 2 unidades y 24 centésimos. Por lo tanto, $\sqrt{5}$ aproximada al centésimo más cercano es 2,24. En la ejecución de la aproximación intervienen:

- ✓ La relación de equivalencia entre unidades de distinto orden ("10 milésimos equivalen a 1 centésimo").
- ✓ La relación de orden entre números que subyace al encuadramiento de $\sqrt{5}$ (" $\sqrt{5}$ está entre 2 unidades y 230 milésimos y 2 unidades y 240 milésimos").
- ✓ El concepto de distancia entre dos números ("la distancia entre $\sqrt{5}$ y 2,23 es mayor que 0,006; la distancia entre $\sqrt{5}$ y 2,24 es menor que 0,004").

También se utiliza una estrategia cuando se busca un cero de una función polinómica real por aproximaciones sucesivas, haciendo intervenir la relación de orden en el conjunto de los números reales y el concepto de continuidad (poniendo en acto el teorema que establece que "si f es continua en [a ; b] y f(a) < 0 y f(b) > 0 - relación de orden en el conjunto imagen de f -, entonces existe c $\in$ (a ; b) - o sea, a < c < b; relación de orden en el dominio de f - tal que f(c) = 0").

Las estrategias son *heurísticas* ya que sólo orientan de manera general en la secuencia a respetar y no estipulan completamente cómo actuar. Su utilización no siempre permite prever un resultado concreto o una manera determinada de obrar por parte del ejecutor. Los heurísticos suponen un mayor dominio conceptual que los algoritmos, y un alto grado de reflexión, creatividad e imaginación. Su importancia se pone de manifiesto si se considera que es imposible construir, enseñar y aprender algoritmos para todos los problemas matemáticos que pueden presentarse en la vida y en la escuela... Son heurísticos los procedimientos de factorización de polinomios o de cálculo integral en los casos no estandarizados.

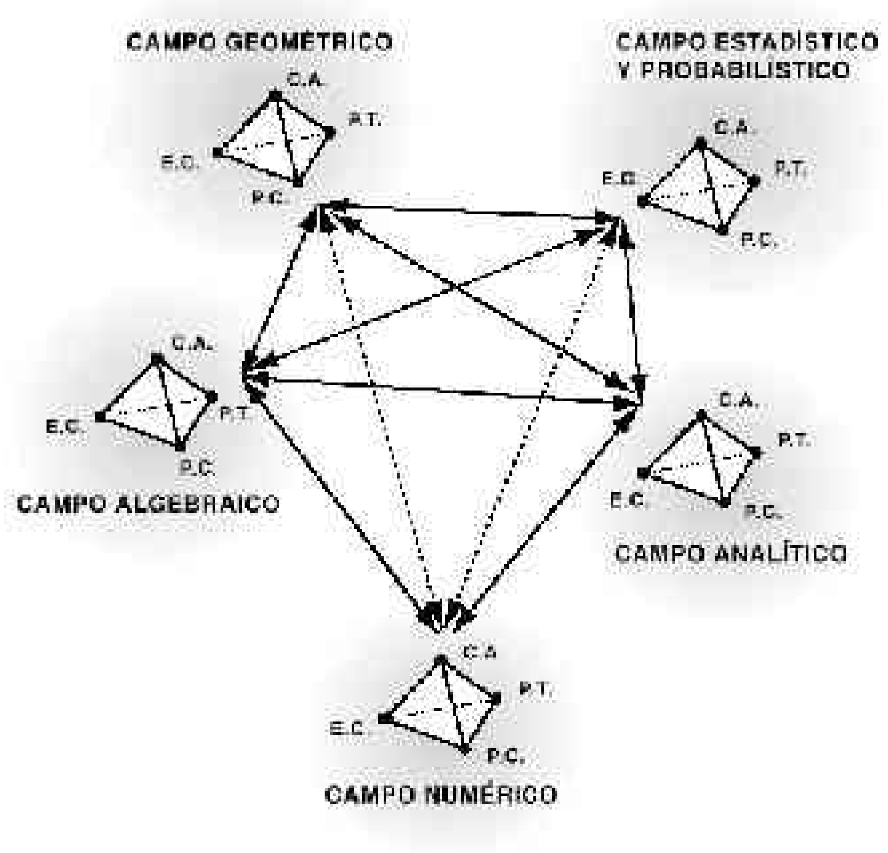
➘ *Componentes actitudinales*: actitudes asociadas al saber, al querer y al poder hacer Matemática.

Las actitudes a que se hace referencia son tendencias o disposiciones, adquiridas y relativamente duraderas, a evaluar de un modo determinado un objeto, persona, suceso o situación (el propio alumno que aprende Matemática, su docente, su grupo de pares, el quehacer matemático escolar, la Matemática misma) y a actuar en consonancia con dicha evaluación. La formación y el cambio de dichas actitudes operan sobre tres componentes interrelacionados:

- ✓ Componente cognitivo (conocimientos y creencias sobre la Matemática y su aprendizaje)
- ✓ Componente afectivo (sentimientos y preferencias en relación con la Matemática y su aprendizaje)
- ✓ Componente conductual (acciones manifiestas y declaraciones de intenciones respecto de la Matemática y su aprendizaje)

Las cuatro dimensiones caracterizadas deben ser interpretadas como un sistema de dimensiones articuladas y parcialmente superpuestas entre sí, y no, como dimensiones aisladas. Los desequilibrios en la consideración de ese sistema dan lugar a propuestas sesgadas, sea por el énfasis tradicional en las estructuras conceptuales y los procedimientos de trabajo entendidos como algoritmos y rutinas, sea por el énfasis en los procedimientos de trabajo, en los procesos cognitivos o en los componentes actitudinales, que conduce a un currículum independizado (y hasta vaciado) de la dimensión conceptual.

El esquema que sigue puede facilitar la visualización de la estructura curricular propuesta; en él, los cinco campos ocupan los vértices de la pirámide mayor, y las cuatro dimensiones, los de las pirámides menores:



C.A. Componentes Actitudinales P.T. Procedimientos de Trabajo
E.C. Estructuras Conceptuales P.C. Procesos Cognitivos

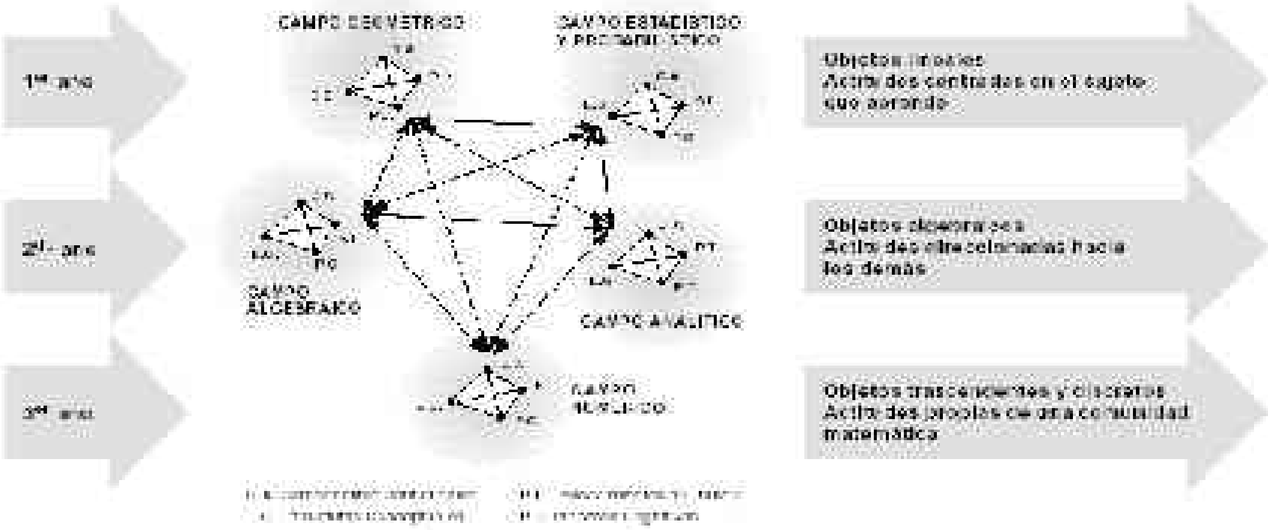
A continuación, se explicitan ciertas decisiones intencionadas en el diseño del esquema que se corresponden a su vez con intencionalidades pedagógico-didácticas de cara a la implementación del currículum.

En el esquema, los cinco campos (numérico, geométrico, algebraico, analítico, estadístico y probabilístico) están interconectados por flechas; en el aula, los cinco campos deben interrelacionarse, procurando generar en el alumno una visión tan unificada como sea posible de la Matemática.

En el esquema, cada campo está conformado por cuatro dimensiones, todas ellas interconectadas; en la escuela, es deseable contemplarlas a las cuatro, y tratarlas en forma global e integrada.

En el esquema, la pirámide de los cinco campos aparece invertida, y el campo numérico ocupa el vértice inferior. En el Nivel Polimodal, el campo numérico – uno de los de mayor alcance en los niveles precedentes – es más un recurso que se desarrolla en la dinámica de desarrollo de los demás campos, que un campo en sí.

En el esquema, la pirámide de las cuatro dimensiones correspondientes a cada campo incluye la dimensión actitudinal. En la escuela, es necesario considerar esa dimensión desde cada campo, aunque las actitudes a promover sean lo suficientemente generales como para trascender a un campo en particular.



Ahora bien: esta opción merece ser problematizada y discutida.

Por un lado, se hace necesario acordar el significado del término “problema”, a riesgo de que sea un mero paraguas que oculta profundas diferencias entre las prácticas que abarca.

Algunas definiciones posibles son:

Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata (Polya, 1961).

Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma (Krulik y Rudnik, 1980).

Un problema puede ser caracterizado como una situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo, siendo desconocida la vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida (Campistrous Pérez y Rizo Cabrera, 1996).

Del conjunto de las tres definiciones se infiere que un problema debe satisfacer los siguientes requisitos:

- ✓ Aceptación: el alumno debe aceptar el problema, haciéndose cargo de él y asumiendo el compromiso y la responsabilidad consecuentes.
- ✓ Bloqueo/conflicto: los intentos iniciales no dan fruto, las estrategias habituales fracasan, los conocimientos previos son insuficientes o inadecuados, la situación ofrece resistencia.
- ✓ Exploración/construcción: la propia lógica de la situación obliga al alumno a cuestionar y modificar sus conocimientos previos, y a construir y validar nuevos conocimientos que se pueden reinvertir en la resolución de otros problemas.

Por otro lado, la resolución de problemas no es en sí una característica distintiva de las propuestas que responden a las nuevas tendencias en didáctica de la Matemática.

En efecto, las propuestas de corte tradicional también conceden enorme valor e importancia a la resolución de problemas - basta con examinar un libro de texto de hace medio siglo para comprobarlo... -, pero tales problemas funcionan sólo como problemas de aplicación. Son, éstas, propuestas de “aprender para la resolución de problemas”, según la secuencia: el docente explica y ejemplifica, y el alumno escucha, imita y luego aplica.

Estructuras conceptuales, procesos cognitivos, procedimientos de trabajo	**Campo numérico**	Soluciones irracionales y complejas en ecuaciones cuadráticas. Operaciones con radicales numéricos como herramienta de cálculo exacto en la resolución de ecuaciones y en el análisis de funciones polinómicas y racionales. Operaciones con números complejos. Estimación de resultados. Redondeo, truncamiento, encuadramiento y ordenación de números. Diferentes estrategias de cálculo en R. Representación geométrica de números. Propiedades estructurales y relaciones de inclusión entre los conjuntos numéricos (N_0, Z, Q, R, C).
	Campo geométrico	Cónicas.
	Campo algebraico	Ecuaciones polinómicas y racionales. Operaciones con polinomios como instrumento para resolver ecuaciones y para analizar funciones polinómicas y racionales.
	Campo analítico	Funciones polinómicas (caso particular: funciones cuadráticas) y racionales (caso particular: funciones de proporcionalidad inversa). Su estudio: como en 1º año, más asíntotas (en relación con límites), e intervalos de concavidad hacia arriba/hacia abajo (en relación con puntos y conjuntos notables).

3.4 Consideraciones didácticas

En el marco del reconocimiento explícito del status privilegiado de la resolución de problemas como recurso para la enseñanza de la Matemática, y como vía de construcción del aprendizaje, cabe caracterizar a los problemas a presentarle al alumno de 2º año del Nivel Polimodal como problemas orientados a la elaboración y la reelaboración de los objetos matemáticos que se constituyen en contenidos de este Espacio Curricular y del que lo precede en 1º año.

¿A qué horizonte de condiciones se ajustan los problemas que tienen como destinatarios a los alumnos de 2º año?

Desde el punto de vista lingüístico e informacional, la distancia entre la información que entregan los enunciados de tales problemas, y la información necesaria para responder, es progresivamente mayor que en el curso anterior: la elaboración de la respuesta por parte de los alumnos exige interpretar los datos que ofrece el enunciado, hacer traducciones entre múltiples lenguajes (coloquial, gráfico, aritmético, algebraico, geométrico), producir nueva información.

Desde el punto de vista de su estructura matemática, estos problemas involucran prevalentemente conceptos, relaciones y operaciones propios de la Matemática del Nivel, frecuentemente presentados con su formato más habitual.

Y desde el punto de vista de la actividad cognitiva que demandan, ante estos problemas los alumnos ponen en juego procesos y procedimientos de análisis y producción de información que les son familiares - algunos de los cuales, incluso, tienen carácter algorítmico -.

4. Enseñar y aprender Matemática en 3º año del Nivel Polimodal

4.1 Fundamentación

En el Espacio Curricular Matemática de 3º año del Nivel Polimodal, los contenidos dan cuenta de:

- ✓ los objetos trascendentes (exponenciales, logarítmicos, trigonométricos);
- ✓ los objetos discretos (conjuntos y sistemas que tienen un número finito de elementos, pasibles de ser tratados mediante análisis combinatorio, probabilidades, grafos, vectores, matrices);
- ✓ las actitudes propias de una microcomunidad matemática.

Los entes matemáticos trascendentes y discretos son presentados y retomados como modelos matemáticos para la resolución de problemas, desde la particular perspectiva de cada campo y desde la de sus interrelaciones:

- ✓ los vectores y las matrices, como archivos de datos numéricos en situaciones en las que intervienen múltiples variables;
- ✓ los grafos, como estructuras capaces de representar diversas situaciones reales;

- ✓ las identidades y las ecuaciones trascendentes, como objetos en cuya manipulación se reinvierten los aprendizajes anteriores, y cuya transformación se orienta a la obtención de formulaciones equivalentes, facilitadoras de la toma de decisiones y la elaboración de conclusiones;
- ✓ las funciones trascendentes como ejes de referencia para la sistematización y la formalización conceptual, procesual y procedimental de los saberes ya adquiridos, y para la apropiación de nuevos saberes;
- ✓ el cálculo de probabilidades sobre espacios discretos como recurso para la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, y el análisis combinatorio como herramienta para el cálculo de probabilidades.

En cuanto a las actitudes, el énfasis está puesto en la instalación de un sistema de reglas propio de una comunidad matemáticamente orientada, en el respeto de tal sistema de reglas, y en el reconocimiento de la Matemática como producción cultural.

Los propósitos de este Espacio Curricular son:

3. Promover la comprensión de los objetos matemáticos trascendentes y discretos, y la formalización en los modos de pensar y de hacer propios de cada uno de los campos desde los cuales se los estudia.
4. Integrar los recursos conceptuales, procesuales, procedimentales y actitudinales en esquemas de acción en el escenario de situaciones complejas, como lo son las del ejercicio responsable de la ciudadanía, las del ámbito de los estudios superiores, y las de la esfera del trabajo.

4.2 Objetivos

A continuación, se describen los logros esperados para 3º año. Tales logros expresan metas que es deseable que los alumnos alcancen en el lapso que tiene como tope el cierre del año: la formulación conlleva la posibilidad de comenzar a construir tales logros en años anteriores.

- ✓ Participación ajustada a las reglas del intercambio matemático y consciente del valor de la Matemática como bien sociocultural y como modo de pensar, de comunicar y de resolver situaciones.
- ✓ Cálculo fluido y multiestratégico de logaritmos.
- ✓ Resolución de situaciones modelables mediante vectores y matrices como archivos de datos numéricos, operación con vectores y matrices, y contrastación entre las propiedades de estas operaciones y las de las operaciones con números.
- ✓ Resolución gráfica y/o matricial de problemas relativos a grafos.
- ✓ Resolución gráfica y/o algebraica de problemas relativos a ecuaciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.
- ✓ Resolución de problemas modelables mediante funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas que requieran:
  - ✓ el análisis de la terna funcional (dominio, imagen, fórmula), del gráfico y de las relaciones entre terna y gráfico (paridad, periodicidad),
  - ✓ la identificación e interpretación de los puntos y conjuntos notables (ceros, puntos de discontinuidad, puntos críticos, puntos extremos, ordenada al origen, intervalos de positividad/negatividad, intervalos de crecimiento/decrecimiento, intervalos de concavidad hacia arriba/hacia abajo),
  - ✓ el cálculo de tasas de cambio (derivadas),
  - ✓ la estimación de tendencias (límites) y la detección de asíntotas,

- ✓ el cálculo de recorridos y áreas (integrales definidas) y de antiderivadas (integrales indefinidas).

- ✓ Comprensión de las ideas de límite, derivada e integral en relación con el análisis de funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas, y evaluación y cálculo de límites, derivadas e integrales sobre dichas funciones.
- ✓ Asignación de probabilidades a fenómenos aleatorios simples y compuestos.
- ✓ Recuento sistemático de casos a través del análisis combinatorio en contextos probabilísticos.

4.3 Contenidos de enseñanza

Componentes actitudinales		Valoración y adhesión a las reglas de la argumentación y el debate matemáticos. Valoración de la Matemática como bien sociocultural y como modo de pensar, de comunicar y de resolver problemas.
Estructuras conceptuales, procesos cognitivos, procedimientos de trabajo	**Campo numérico**	Diferentes estrategias de cálculo de logaritmos. Recursos para archivar datos numéricos en situaciones en las que intervienen múltiples variables: vectores (un dato por variable) y matrices (más de un dato por variable). Operaciones con vectores y matrices. Relación entre las propiedades de los sistemas de vectores y matrices y las de los sistemas numéricos.
	Campo geométrico	Grafos.
	Campo algebraico	Ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Identidades y ecuaciones trigonométricas.
	Campo analítico	Funciones exponenciales (caso particular: progresiones geométricas), logarítmicas y trigonométricas. Su estudio: como en 2º año, más paridad y periodicidad (en relación con la terna funcional y el gráfico).
	Campo estadístico y probabilístico	Probabilidad: Espacio muestral. Leyes de los grandes números. Asignación de probabilidades a sucesos equiprobables y no equiprobables. Asignación de probabilidades en experimentos compuestos. Probabilidad condicional. Variables aleatorias. Distribuciones de probabilidad. El análisis combinatorio como herramienta para el recuento sistemático de casos.

4.4 Consideraciones didácticas

En el marco del reconocimiento explícito del status privilegiado de la resolución de problemas como recurso para la enseñanza de la Matemática, y como vía de construcción del aprendizaje, cabe caracterizar a los problemas a presentarle al alumno de 3º año del Nivel Polimodal como problemas orientados a la sistematización y formalización de los objetos matemáticos que se constituyen en contenidos de este Espacio Curricular y de los que lo preceden en 1º y 2º año.

¿A qué horizonte de condiciones atienden los problemas que tienen como destinatarios a los alumnos de 3º año?

Desde el punto de vista lingüístico e informacional, la distancia entre la información que entregan los enunciados de tales problemas, y la información necesaria para responder, es sensiblemente mayor que en los cursos anteriores: la información disponible debe ser cuidadosamente evaluada por los alumnos para producir la respuesta, ya que las relaciones entre ésta y aquélla no son evidentes ni inmediatas.

Desde el punto de vista de su estructura matemática, estos problemas involucran prevalentemente conceptos, relaciones y operaciones propios de la Matemática del Nivel, pero de alta especificidad o presentados con formatos alternativos.

Y desde el punto de vista de la actividad cognitiva que demandan, ante estos problemas los alumnos se ven obligados a poner en juego procesos y procedimientos no lineales, o compuestos, que implican inferencias y deducciones, y que suponen niveles relativamente altos de organización de las acciones puntuales (articulación, ordenamiento, secuenciación).